

Reguläre Ausdrücke

Definition

Es sei Σ ein Alphabet.

1. $\emptyset$ ist ein regulärer Ausdruck.
2. ϵ ist ein regulärer Ausdruck.
3. a ist ein regulärer Ausdruck, falls $a \in \Sigma$.
4. rs ist ein regulärer Ausdruck, falls r und s reguläre Ausdrücke sind.
5. $r + s$ ist ein regulärer Ausdruck, falls r und s reguläre Ausdrücke sind.
6. r^* ist ein regulärer Ausdruck, falls r ein regulärer Ausdruck ist.

Definition

Es seien $A, B \subseteq \Sigma^*$ und $w \in \Sigma^*$.

► $AB := \{ uv \mid u \in A \text{ und } v \in B \}$

► $wA := \{w\}A$ und $Aw := A\{w\}$

► $A^i := \begin{cases} \{\epsilon\} & \text{falls } i = 0 \\ A & \text{falls } i = 1 \\ AA^{i-1} & \text{falls } i > 1 \end{cases}$

► $A^* := \bigcup_{n \geq 0} A^n$

► $A^+ := \bigcup_{n \geq 1} A^n$

Die Sprache eines regulären Ausdrucks

Definition

Wir ordnen jedem regulärer Ausdruck r seine *Sprache* $L(r)$ zu:

1. $L(\emptyset) = \emptyset$
2. $L(\epsilon) = \{\epsilon\}$
3. $L(a) = \{a\}$
4. $L(rs) = L(r)L(s)$
5. $L(r + s) = L(r) \cup L(s)$
6. $L(r^*) = L(r)^*$

Beispiele

- ▶ Der reguläre Ausdruck $0^*(10^*10^*)^*$ bezeichnet die Sprache aller Wörter über $\{0, 1\}$, die eine gerade Anzahl von 1en enthalten.
- ▶ 1^*0^* sind die Wörter über $\{0, 1\}$ die nicht 01 als Unterwort enthalten.
- ▶ $(0 + (11)^* + (10(1 + (00)^*)^*01))^*(0 + 11 + (10(1 + 00)^*01))^*$ sind die durch drei teilbaren Binärzahlen.