

Schnellerer Markierungsalgorithmus

$M := \emptyset;$

```
for((q, p) ∈ Q × Q) {  
    if(p ∈ F ∧ q ∉ F) M := M ∪ {(q, p)};  
    if(p ∉ F ∧ q ∈ F) M := M ∪ {(q, p)};  
}
```

```
for((q, p) ∈ Q × Q)  
    for(a ∈ Σ) {  
        q' := δ(q, a); p' := δ(p, a);  
        if((q', p') ∈ M) {  
            M := M ∪ {(q, p)};  
            Füge rekursiv L(q, p) in M ein  
        }  
        else L(q', p') := L(q', p') ∪ {(q, p)};  
    }
```

Laufzeit: Mit amortisierter Analyse $O(|Q|^2)$

Konstruktion des minimalen DFA

Lemma

Es sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA und $p, q \in Q$.

Weiter sei $p = \hat{\delta}(q_0, u)$ und $q = \hat{\delta}(q_0, v)$.

Falls $u \equiv_{L(M)} v$, dann sind u und v nicht unterscheidbar.

Beweis.

Andernfalls gäbe es w mit $\hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \notin F$.

Dann gilt auch $\hat{\delta}(q_0, uw) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q_0, vw) \notin F$.

Damit ist $uw \in L(M) \Leftrightarrow vw \notin L(M)$.

Das ist ein Widerspruch zu $u \equiv_{L(M)} v$.



Konstruktion des minimalen DFA

Theorem

Verschmelzen wir die nicht unterscheidbaren Zustände eines DFA, erhalten wir den zugehörigen minimalen DFA.

Beweis.

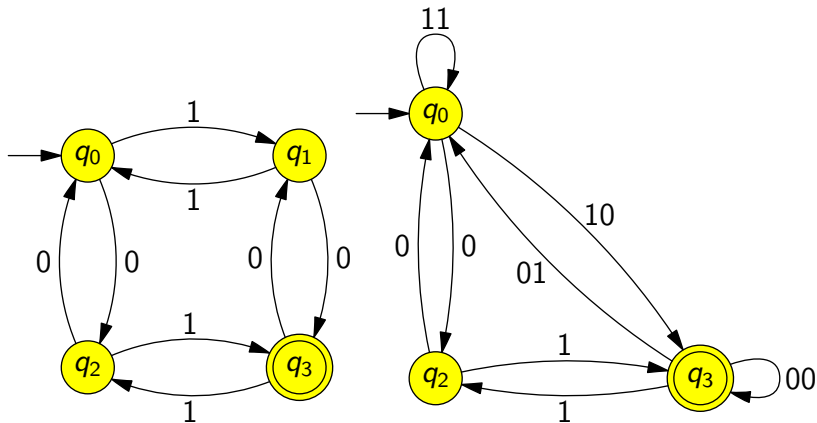
Letztes Lemma:

Falls keine unterscheidbaren Zustände, dann $\sim = \equiv_{L(M)}$.

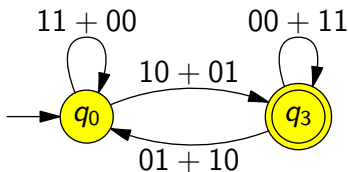
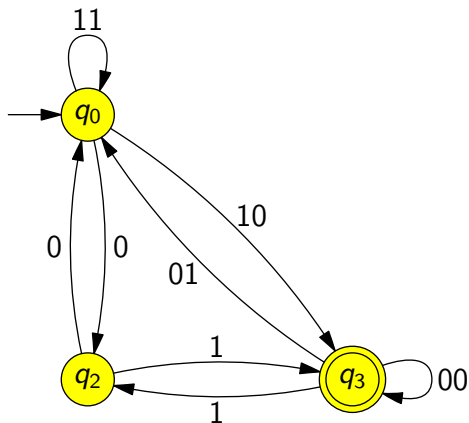
Satz von Myhill–Nerode: Der Automat ist minimal.



Eliminierung von Zuständen



Statt Symbolen: Reguläre Ausdrücke auf Übergängen!



Regulärer Ausdruck:

$(11 + 00)^*(10 + 01)(00 + 11 + (01 + 10)(11 + 00)^*(10 + 01))^*$

Sehr kurz!