**RWTH Aachen** **SS 2017**
**Lehrgebiet Theoretische Informatik** Blatt 5
Rossmanith–Dreier–Hark–Kuinke 29.5.2017

## Übung zur Vorlesung Formale Sprachen, Automaten und Prozesse

*Hinweis: In der Exkursionswoche finden keine Tutorien statt. Die Hausaufgaben zu diesem Blatt müssen daher erst in zwei Wochen abgegeben werden.*

### Aufgabe T15

In der Vorlesung wurde nur eine Richtung des folgenden Lemmas bewiesen:

> *Es sei $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DFA.*
>
> *Die Zustände $q_1, q_2 \in Q$ sind unterscheidbar genau dann wenn:*
>
> *Es gibt $w \in \Sigma^*$ mit*
>
> 1. *$\hat{\delta}(q_1, w) \in F$, $\hat{\delta}(q_2, w) \notin F$ oder*
> 2. *$\hat{\delta}(q_2, w) \in F$, $\hat{\delta}(q_1, w) \notin F$.*

Beweisen Sie die fehlende Richtung.

### Aufgabe T16

Verwenden Sie das Pumping-Lemma, um zu zeigen, daß folgende Sprachen nicht regulär sind:

a) $w \in \{\text{if}, \text{then}, \text{else}, \text{fi}, A\}^*$, wobei $w$ einen korrekten bedingten Ausdruck darstellt. Hierbei soll $A$ einen primitiven Ausdruck verkörpern.

   Beispielsweise ist

   $$\text{if } A \text{ then } A \text{ else if } A \text{ then } A \text{ else } A \text{ fi fi}$$

   korrekt, aber

   $$\text{A then if else A fi fi}$$

   ist aus vielerlei Gründen nicht korrekt.

b) Die korrekten arithmetischen Ausdrücke mit natürlichen Zahlen und den vier Grundrechenarten, z.B. $(4 + 23) \times (3 - 18)$.

c) Die korrekten arithmetischen Ausdrücke mit natürlichen Zahlen und Additon sowie Subtraktion, aber ohne Klammern, deren Ergebnis positiv ist.

   Beispiel: $23 - 40 + 23 - 1 - 1 - 1 + 5$

**Aufgabe T17**

Gegeben seien reguläre Ausdrücke $R = \{r_1, \ldots, r_n\}$. Entwickeln Sie ein Verfahren, daß für ein gegebenes Wort $w$ entscheidet, ob es reguläre Ausdrücke $q_1, \ldots, q_k \in R$ und Wörter $u_1, \ldots, u_k$ gibt, die die folgenden Bedingungen erfüllen: Für $1 \leq i \leq k$ gilt

1. $w_1 = w$ und $w_{k+1} = \epsilon$,
2. $u_i \neq \epsilon$ ist der längste Präfix von $w_i$, für den $u_i \in L(r_j)$ für ein $j \in \{1, \ldots, n\}$ gilt,
3. $u_i \in L(q_i)$ mit $q_i = r_j$ und $u_i \notin L(r_k)$ für $k < j$,
4. $w_{i+1}$ entsteht durch Entfernen des Präfixes $u_i$ von $w_i$, also $w_i = u_i w_{i+1}$.

Das Verfahren soll weiterhin die Ausdrücke $q_1, \ldots, q_k$ und Wörter $u_1, \ldots, u_k$ ausgeben, falls sie existieren.

Konzipieren Sie Ihr Verfahren so, daß es möglichst schnell ist, wenn $w$ sehr lang ist. Dafür soll das Verfahren zuerst die regulären Ausdrücke $R$ einlesen und dann eine (möglicherweise langsame) Vorverarbeitung durchführen. Danach soll das Wort $w$ sehr schnell bearbeitet werden.

Beispiel: Es sei

$$R = \big\{\texttt{for}, \texttt{while}, \texttt{if}, \texttt{;}, \texttt{<}, \texttt{+}, \texttt{++}, \texttt{(}, \texttt{)}, \texttt{\{}, \texttt{\}}, \texttt{=}, r_{num}, r_{id}\big\},$$

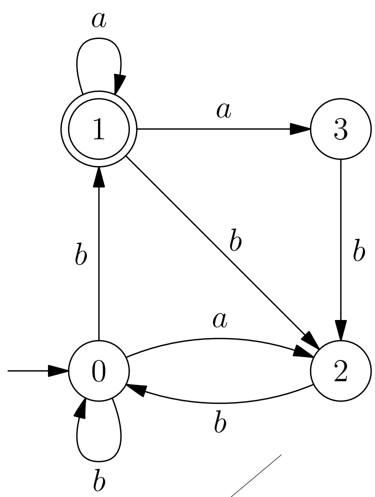
mit $r_{num} = (\texttt{0} + \cdots + \texttt{9})^+$ und $r_{id} = (\texttt{a} + \cdots + \texttt{z})^+(\texttt{a} + \cdots + \texttt{z} + \texttt{0} + \cdots + \texttt{9})^*$.

Auf einem Wort $w =$ `for(i=0;i<10;i++){print(i);}` erhalten wir Prefixe $u_1, \ldots, u_{20}$:

`for`, `(`, `i`, `=`, `0`, `;`, `i`, `<`, `10`, `;`, `i`, `++`, `)`, `{`, `print`, `(`, `i`, `)`, `;`, `}`

**Aufgabe H10 (2+18 Punkte)**

Gegeben sei ein Netzwerkprotokoll über dem Alphabet $\{a, b\}$. Korrekt kodierte Nachrichtenpakete sind durch nebenstehenden NFA spezifiziert.




a) Ist *bbbabbaaa* eine korrekt kodierte Nachricht?

b) Konstruieren Sie sowohl einen DFA, als auch einen regulären Ausdruck für alle falsch kodierten Nachrichten. Erklären Sie, welche Konstruktionen Sie dabei verwenden.

**Aufgabe H11 (10 Punkte)**

Eine Turtle-Graphik wird durch die Befehle $u$, $d$, $g$, $l$, $r$ gesteuert. Diese Befehle bedeuten „Stift hochsetzen“, „Stift absetzen“, „bewege dich einen Zentimeter“, „drehe dich um 10 Grad nach links“ und „drehe dich um 10 Grad nach rechts“.

Wir definieren die Sprache $L$ als aus den Befehlssequenzen bestehend, die zu einer Zeichnung führen, bei der sich die gezeichnete Linie niemals selbst überkreuzt. Sie können annehmen, daß der Stift zu Beginn abgesetzt beginnt.

Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping-Lemmas, daß $L$ nicht regulär ist oder geben Sie einen regulären Ausdruck für $L$ an.

Hier ist eine Zeichnung, zu dem Wort `dgggggglglglglgggugggdggg` dieses ist in $L$ enthalten: